ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΑΥΤΟΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗΣ

Στατιστική Συμπερασματολογία με Στατιστικά Πακέτα

Παρουσίαση Εκπαιδευτή

Μαθησιακό Αντικείμενο:

Περιγραφική Στατιστική Ι
Πίνακες και Διαγράμματα

Εκπαιδευτικοί Στόχοι

Με την υλοποίηση του μαθησιακού αντικειμένου, ο καθένας από τους συμμετέχοντες θα μπορεί:

- Να κατασκευάζει στατιστικούς πίνακες μονομεταβλητών και πολυμεταβλητών πληθυσμών.
- Να κατανοεί τον τρόπο απεικόνισης των κατανομών συχνοτήτων και να κατασκευάζει πίνακες συνάφειας.
- Να απεικονίζει την πληροφορία που διαθέτει μέσα από Στατιστικά Διαγράμματα-Ραβδογράμματα-Υποδιαιρούμενα ακιδωτά-Κυκλικά-Χρονοδιαγράμματα-Διαγράμματα διασποράς-Ιστογράμματα-Πολυγωνικές γραμμές κ.ά.

Στατιστικός πληθυσμός

- **Στατιστικό Πληθυσμό** ορίζουμε ένα σύνολο μονάδων με κάποιο κοινό χαρακτηριστικό το οποίο αποτελεί για μας αντικείμενο διερεύνησης.
- **Πολυδιάστατο Στατιστικό Πληθυσμό** ορίζουμε στις περιπτώσεις που ο στατιστικός μας πληθυσμός διακρίνεται με βάση περισσότερα από ένα κοινά χαρακτηριστικά.

Η έννοια της παρατήρησης

Κάθε μονάδα του στατιστικού πληθυσμού αποκαλείται ***παρατήρηση***.

Η κάθε παρατήρηση διαθέτει δύο χαρακτηριστικά είναι:

- **αυτοτελής** και
- **αυτόνομη**.

Το πρώτο χαρακτηριστικό είναι απόρροια του ότι η κάθε παρατήρηση από μόνη της παρουσιάζει ***όλα*** *τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα του πληθυσμού* και το δεύτερο είναι αποτέλεσμα του ότι η κάθε παρατήρηση ***δεν*** *επηρεάζεται από τις άλλες*.

Κατανομή Συχνότητας – Ασυνεχούς μεταβλητής

Κατανομή Συχνότητας: ειδικές κατατάξεις των στοιχείων μας.

Ασυνεχής μεταβλητής με μικρό εύρος τιμών ακολουθούμε

- την τεχνική της **άθροισης των παρατηρήσεων ανά τιμή της μεταβλητής** και
- παρουσιάζουμε τα στοιχεία σε ένα **πίνακα απλής εισόδου**.

Η ***πρώτη*** στήλη του πίνακα περιλαμβάνει *τις τιμές της μεταβλητής* μας και η ***δεύτερη*** *τον αριθμό των παρατηρήσεων που αναφέρονται σε κάθε τιμή της μεταβλητής*. Ο αριθμός των παρατηρήσεων ανά τιμή της μεταβλητής ονομάζεται ***συχνότητα*** και η στήλη του πίνακα ***στήλη συχνοτήτων***.

Απεικόνιση Ασυνεχούς μεταβλητής

Βαθμολογία Υπαλλήλων του Υπουργείο «Χ» στο Τεστ Δεξιοτήτων		
Τάξεις	Κεντρική Τιμή	Συχνότητες f_i
[0, 40]	20	$f_1 = 5$
[41, 80]	60	$f_2 = 15$
[81, 100]	90	$f_3 = 23$
Σύνολο		$\sum_{i=1}^{3} f_i = 43$

Πίνακας 1: Πινακοείδης Απεικόνιση Ασυνεχούς μεταβλητής

Κατανομή Συχνότητας – Συνεχούς μεταβλητής

Συνεχής μεταβλητή παρουσιάζεται αποκλειστικά με την **ομαδοποίηση των τιμών σε τάξεις**.

Ακολουθούμε την ανάλογη τεχνική:

- **Ταξινομούμε** τις παρατηρήσεις σε τάξεις αφού χωρίσουμε το *εύρος* του διαστήματος των τιμών της μεταβλητής σε ορισμένο αριθμό διαδοχικών διαστημάτων.
- Σε κάθε διάστημα - τάξη τοποθετούμε τον αριθμό των παρατηρήσεων - συχνοτήτων που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Εμπειρικός κανόνας του Stugres

Το πλάτος των τάξεων και ο αριθμός (πλήθος) αυτών υπολογίζονται ως εξής:

- Βρίσκουμε την αριθμητική απόκλιση μεταξύ της μικρότερης και της μεγαλύτερης από τις τιμές των παρατηρήσεων της μεταβλητής μας. Εύρος (R) = X_{max}-X_{min}
- Υπολογίζουμε τον αριθμό των τάξεων:

Πλήθος Τάξεων =1+3,33λογ(n)

n: το μέγεθος του δείγματος (ή N εάν πρόκειται για τον πληθυσμό). Το αποτέλεσμα μπορεί να μην είναι ακέραιος αριθμός και σε αυτήν την περίπτωση *στρογγυλοποιούμε στον πλησιέστερο ακέραιο*.

- Υπολογίζουμε το πλάτος των τάξεων διαιρώντας το Εύρος με το πλήθος των τάξεων.

δ = Εύρος / Πλήθος Τάξεων

Ιστόγραμμα Συχνοτήτων

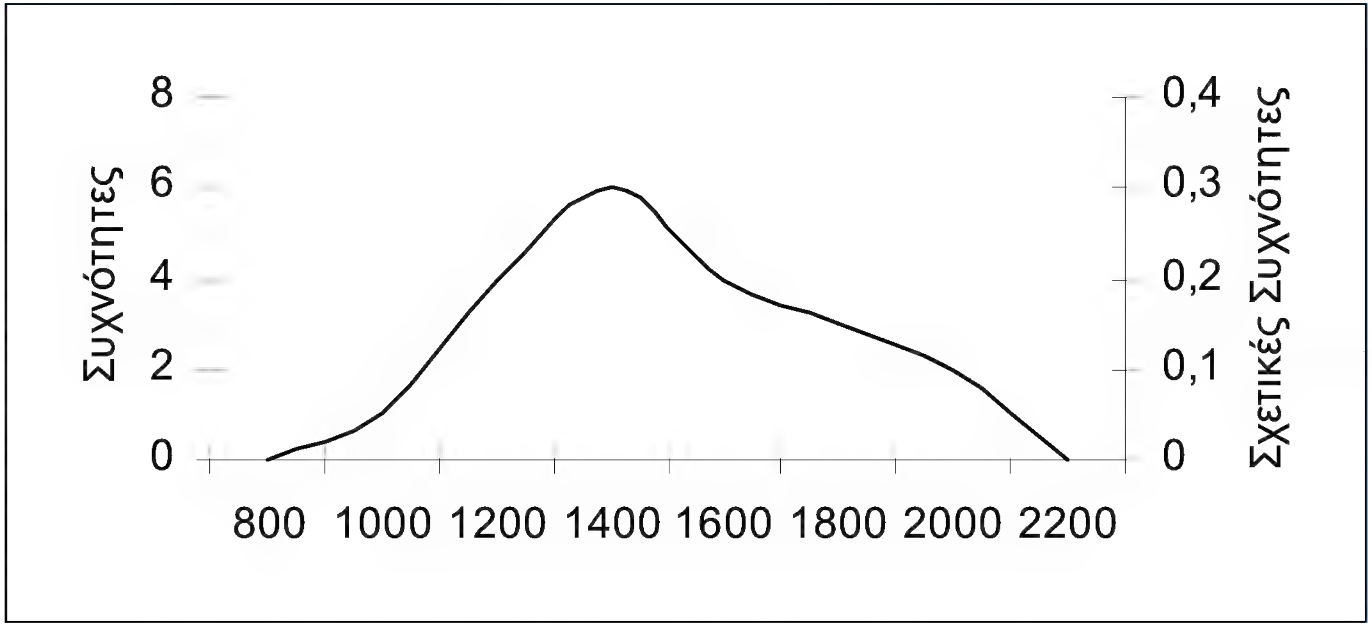
Απεικονίζεται σε ένα **σύστημα κάθετων αξόνων**, όπου γίνεται χρήση **ορθογώνιων παραλληλογράμμων**:

- με **εύρος** ίσο με το εύρος κάθε τάξης των τιμών των παρατηρήσεων και
- με **ύψος** ίσο με τη συχνότητα της κάθε τάξης.

Πολυγωνική Γραμμή

- Στο *ιστόγραμμα συχνοτήτων* εάν ενώσουμε μεταξύ τους τα σημεία που προσδιορίζονται ως το μέσον της επάνω βάσης κάθε ορθογώνιου παραλληλόγραμμου σχηματίζουμε μία **πολυγωνική γραμμή.**
- Προκειμένου η γραμμή αυτή να εφάπτεται στα δύο άκρα της επάνω στον οριζόντιο άξονα θα πρέπει να *υποθέσουμε* την ύπαρξη δύο εικονικών τάξεων με μηδενική συχνότητα πριν την πρώτη και μετά την τελευταία τάξη. Η κατασκευή που έχουμε τώρα είναι η *πολυγωνική γραμμή* ή όπως αλλιώς λέγεται το *πολύγωνο συχνοτήτων.*

Γραφική Απεικόνιση



Διάγραμμα 1: Μηνιαίες Αποδοχές Υπαλλήλων του Υπουργείου «Χ»

Αθροιστική κατανομή συχνοτήτων

Τύποι κατανομής συχνοτήτων

- **Η κατανομή *«μικρότερη από»*** όπου ως αθροιστική κατανομή εμφανίζεται το άθροισμα των συχνοτήτων που αντιστοιχούν σε τιμές της μεταβλητής μικρότερες από μια συγκεκριμένη τιμή.
- **Η κατανομή *«μεγαλύτερη από»*** όπου ως αθροιστική κατανομή εμφανίζεται το άθροισμα των συχνοτήτων που αντιστοιχούν σε τιμές της μεταβλητής μεγαλύτερες από μια συγκεκριμένη τιμή.

Απεικόνιση αθροιστικής κατανομής συχνοτήτων

Τιμή Ορισμένων Μετοχών την 31/12/08 στο Χρηματιστήριο Αθηνών			
		Αθροιστική Κατανομή	
Τιμή μετοχών	Αριθμός μετοχών	«Μικρότερη από» Δεξιόστροφη αθροιστική συχνότητα (F_i)	Μεγαλύτερη από» Αριστερόστροφη αθροιστική συχνότητα (Φ_i)
8,00	0	0	60
8,50	1	1	59
9,00	4	5	55
9,50	3	8	52
10,00	6	14	46
10,50	7	21	35
11,00	10	31	29
11,50	14	45	15
12,00	7	52	8
12,50	2	54	6
13,00	2	56	4
16,00	4	60	0

Πίνακας 2: Αθροιστική κατανομή συχνοτήτων «Μικρότερη από» και «Μεγαλύτερη από»

Σχετική κατανομή συχνότητας και σχετική Αθροιστική κατανομή συχνότητας

Το άθροισμα των συχνοτήτων σε όλες τις τιμές ή διαστήματα τιμών ισούται **με το σύνολο των παρατηρήσεων στο δείγμα ή στον πληθυσμό.**

Σχετική συχνότητα:

Αν διαιρέσουμε τη *συχνότητα κάθε τιμής* ή κάθε διαστήματος τιμών της μεταβλητής μας *με το σύνολο των παρατηρήσεων μας* (σύνολο δείγματος ή πληθυσμού) λαμβάνουμε το μέγεθος που ονομάζεται ***σχετική συχνότητα.***

Σχετική αθροιστική συχνότητα:

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και στην περίπτωση **αθροιστικής κατανομής συχνοτήτων** προκειμένου να λάβουμε τις **σχετικές αθροιστικές συχνότητες**.

Παράδειγμα Σχετικής Συχνότητας

Κατανομή Συχνότητας και Σχετική Κατανομή Συχνότητας		
Δηλωθέν Φορολογητέο Εισόδημα για το Οικονομικό Έτος 2008		
Φορολογητέο Εισόδημα	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
<10.000	46	0,12
[10.001, 20.000)	106	0,28
[20.001, 30.000)	95	0,25
[30.001, 40.000)	53	0,14
[40.001, 60.000)	42	0,11
[60.001, 200.000)	23	0,06
[200.001, 1.000.000)	15	0,04
Σύνολο	380	1,00
Σημ.: ποσά σε ευρώ		

Πίνακας 3: Σχετική Κατανομή Συχνότητας

Παράδειγμα Αθροιστικής Σχετικής Συχνότητας

Αθροιστική Κατανομή Συχνότητας (Απόλυτη και Σχετική)		
Δηλωθέν Φορολογητέο Εισόδημα για το Οικονομικό Έτος 2008		
Σύνορα Τάξεων	Απόλυτη Αθροιστική Συχνότητα (F_i)	Σχετική Αθροιστική Συχνότητα (F_j%)
< 10.000	46	0,12
[10.001, 20.000]	152	0,40
[20.001, 30.000]	247	0,65
[30.001, 40.000]	300	0,79
[40.001, 60.000]	342	0,90
[60.001, 200.000]	365	0,96
[200.001, 1.000.000]	380	1,00
Ποσά σε ευρώ		

Πίνακας 4: Αθροιστική Σχετική Κατανομή Συχνότητας

Παράδειγμα 1

Για τις παρακάτω παρατηρήσεις ζητείται να ταξινομηθούν σε στατιστικούς πίνακες σχετικών συχνοτήτων και δεξιόστροφων αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Να εξηγήσετε σύντομα τη χρησιμοποιούμενη μεθοδολογία σας.

8	5	9	10	7
1	4	5	6	9
2	7	11	4	6
3	5	6	8	8

Παράδειγμα 1-Απάντηση

Τάξεις Xi	Απόλ.Συχν.(fi)	Σχετ.Συχν.(fi%)	Δεξ. Αθρ. Σειρά	Δεξ. Αθρ. Σχετ. Συχν. (Fi%)
[1 , 3]	3	0.15	μέχρι 3	0.15
(3 , 5]	6	0.3	μέχρι 5	0.45
(5 , 7]	5	0.25	μέχρι 7	0.7
(7 , 9]	4	0.2	μέχρι 9	0.9
(9 . 11]	2	0.1	μέχρι 11	1
Σύνολο	20	1		

Παράδειγμα 2

Η εταιρία ENRON A.E. χορήγησε σε 5000 στελέχη της διάφορα δάνεια για αγορά κατοικίας. Σε μια μελέτη που έγινε, ελήφθη δείγμα τριακοσίων δανείων το οποίο παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα κατανομής. Να κατασκευάσετε ένα πίνακα που να εμφανίζει την απόλυτη συχνότητα και την δεξιόστροφη αθροιστική απόλυτη συχνότητα.

Κατανομή Δανείων

Όρια Δανείων	Αριθμός Πελατών
< 10.000	49
[10.000, 20.000)	90
[20.000, 30.000)	78
[30.000, 40.000)	42
[40.000, 50.000)	26
[50.000, 60.000)	15

Παράδειγμα 2 - Απάντηση

Τάξεις	Απόλυτη Συχνότητα f_i	Δεξιόστροφη Αθροιστική Σειρά	Δεξιόστροφη Αθρ/κή Απόλυτη Συχνότητα F_i
(0, 10000]	49	έως 10	49
(10000, 20000]	90	έως 20	139
(20000, 30000]	78	έως 30	217
(30000, 40000]	42	έως 40	259
(40000, 50000]	26	έως 50	285
(50000, 60000]	15	έως 60	300
Σύνολο	*300*		

Παράδειγμα 3

Τριάντα δύο ελεγκτές χρειάζονται τους παρακάτω χρόνους σε ημέρες προκειμένου να ελέγξουν τα παραστατικά της εταιρίας του Θέματος 1 που πτώχευσε λόγω του υπερβολικού αριθμού δανείων που είχε χορηγήσει:

21, 20, 10, 16, 15, 9, 12, 11, 14, 12, 18, 15, 10, 16, 15, 14, 9, 11, 17, 12, 13, 11, 14, 13, 16, 14, 17, 13, 14, 11, 12, 15.

Για τις παρατηρήσεις αυτές ζητείται να ταξινομηθούν σε τάξεις ίσου πλάτους (κατανομή απόλυτων και σχετικών συχνοτήτων) και να υπολογισθεί η αθροιστική συχνότητα.

Παράδειγμα 3 - Απάντηση

X	f_i	$f_i\%$	F_i
[9, 11)	4	0,125	4
[11, 13)	8	0,25	12
[13, 15)	8	0,25	20
[15, 17)	7	0,21875	27
[17, 19)	3	0,09375	30
[19, 21]	2	0,0625	32
Σύνολο	32	1,00	